

§3: HÀM SỐ BẬC HAI

❶ Hàm số bậc hai: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

– Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

– Sự biến thiên:

❑ Nếu $a > 0$: hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

❑ Nếu $a < 0$: hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

– Đồ thị là Parabol có:

◇ Đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

◇ Đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$ là trục đối xứng.

❷ Cách vẽ đồ thị hàm số bậc hai: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

B₁) Tập xác định.

B₂) Tìm tọa độ đỉnh I.

B₃) Xác định trục đối xứng.

B₄) Giao Ox, Oy.

B₅) Bảng giá trị.

B₆) Vẽ.

→ Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C).

❸ Cách vẽ đồ thị (C_1) : $y = f(|x|)$.

Hàm số $y = f(|x|)$ là hàm số chẵn nên đồ thị đối xứng nhau qua trục Oy. Do đó:

- Giữ nguyên phần đồ thị (C) ứng với $x \geq 0$.
- Lấy đối xứng phần đồ thị này qua trục Oy.
- Hợp hai phần đồ thị trên cho đồ thị (C_1) .

❹ Cách vẽ đồ thị (C_2) : $y = |f(x)|$

$$y = |f(x)| = \begin{cases} f(x); f(x) \geq 0 \\ -f(x); f(x) < 0 \end{cases}$$

Đồ thị (C_2) được vẽ như sau:

- Giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm trên trục Ox .
- Lấy đối xứng phần đồ thị (C) nằm dưới trục Ox qua trục Ox .
- Hợp hai phần đồ thị trên ta có đồ thị (C_2) .

❶ Cách vẽ đồ thị (C_3) : $y = |f(|x|)|$

Vẽ (C_3) bằng cách kết hợp vẽ (C_1) và (C_2) .



Bài tập tự luyện

Bài 1) Lập bảng biến thiên và vẽ các Parabol. Suy ra đồ thị hàm số $y = f(|x|)$,

$$y = |f(x)|, y = |f(|x|)|.$$

a) $y = x^2 - 4x + 3$

b) $y = -x^2 + 2x + 3$

c) $y = x^2 + 2x$

d) $y = -x^2 + 4$

Bài 2) Tìm tọa độ giao điểm (nếu có) của đồ thị hai hàm số.

a) $y = x - 1$ và $y = x^2 - 2x - 1$.

b) $y = 2x + 1$ và $y = x^2 - x - 2$.

c) $y = 2x^2 + 3x + 2$ và $y = -x^2 + x - 1$.

d) $y = 4x^2 - 8x + 4$ và $y = -2x^2 + 4x - 2$.

Bài 3) Tìm Parabol: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) biết rằng Parabol đó:

a) Đi qua ba điểm $A(1, -1), B(2, 3), C(-1, -3)$.

b) Cắt trục hoành tại $x_1 = 2$ và $x_2 = 3$, cắt trục tung tại $y = 6$.

c) Đi qua hai điểm $A(-1; 5), B(2; -1)$ và có trục đối xứng $x = 1$.

d) Có đỉnh $S(1; -4)$ và đi qua điểm $M(2; -3)$.

Bài 4) Tìm Parabol: $y = ax^2 + bx + 2$ ($a \neq 0$) biết rằng Parabol đó:

a) Đi qua hai điểm $A(1; 5)$ và $B(-2; 8)$.

b) Cắt trục hoành tại $x_1 = 1$ và $x_2 = 2$.

c) Đi qua điểm $C(1; -1)$ và có trục đối xứng $x = 2$.

d) Có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; 1\right)$.

e) Đi qua điểm $M(1; 1)$ và có hoành độ đỉnh là $\frac{3}{4}$.

f) Đi qua điểm $N(-2; 2)$ và có tung độ đỉnh là 1.

Bài 5) Tìm Parabol: $y = ax^2 + 6x + c$ ($a \neq 0$) biết rằng Parabol đó:

a) Đi qua hai điểm $A(1, -2)$ $B(-3, -10)$.

b) Cắt trục hoành tại $x_1 = -2$ và $x_2 = -4$.

c) Đi qua điểm $C(2, 5)$ và có trục đối xứng $x = 1$.

d) Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 và có tung độ đỉnh bằng -1 .

Bài 6) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

a) $y = x^2 - 5x + 7$ trên $[-2, 5]$.

b) $y = -2x^2 + x - 3$ trên $[1, 3]$.

Bài 7) Cho $P : y = x^2 - 3x + 2$, đường thẳng $d : y = mx + 2$.

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Định m để hai đồ thị trên tiếp xúc nhau.

c) Biện luận theo m số nghiệm phương trình: $x^2 - 3x + 3 - 2m = 0$

Bài 8) Cho (P): $y = x^2 - x + 2$. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua $M(1; -1)$ và có hệ số góc bằng $-\frac{1}{2}$. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).

Bài 9) Cho (P): $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$.

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Tìm m để phương trình $x^2 - 2x + 4 + 3m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt bằng 2 cách.

c) Lập phương trình đường thẳng (d) qua $B(2; 0)$ và cắt (P) theo một dây cung nhận B làm trung điểm.

Bài 10) Tìm điểm cố định của họ đồ thị các hàm số sau.

a) $y = 2mx + 1 - m$

b) $y = mx^2 - 2mx + 1$